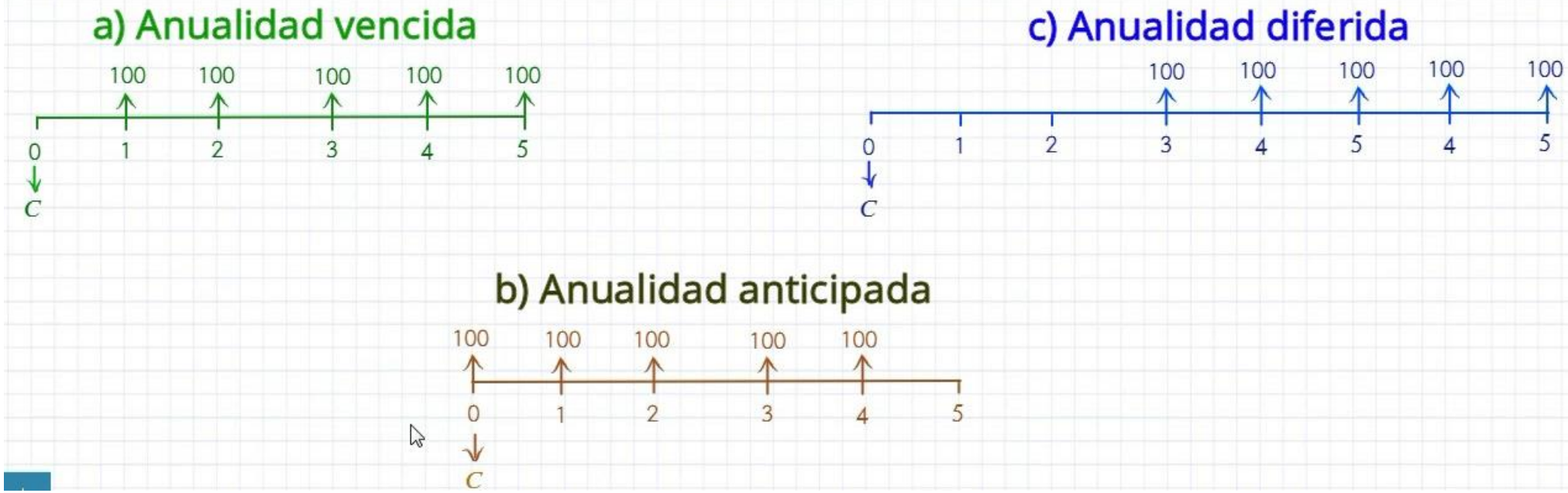
Anualidades



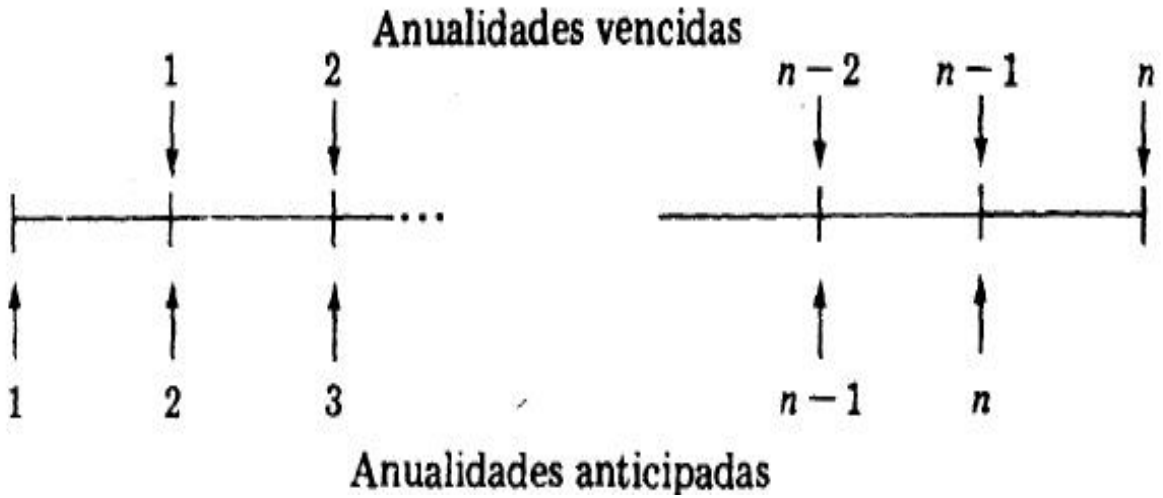
Ing. Idialy Montoya Aguilar

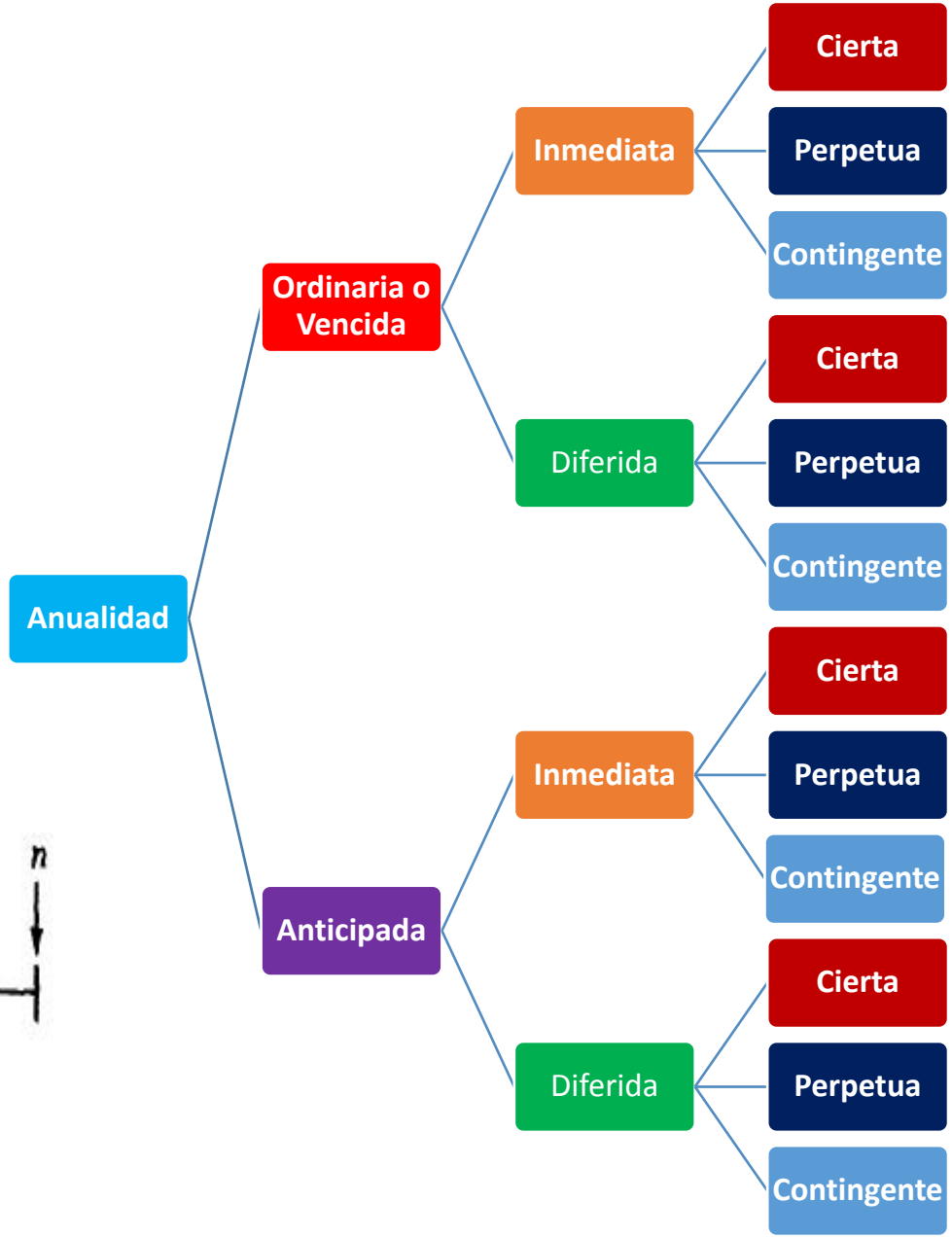
Esp. Docencia Universitaria

Mg. Educación

Anualidad:

Serie de pagos de igual valor a intervalos iguales de tiempo. El nombre de anualidad no implica que los pagos tengan que ser anuales, pueden ser mensuales, trimestrales, semestrales, etc.

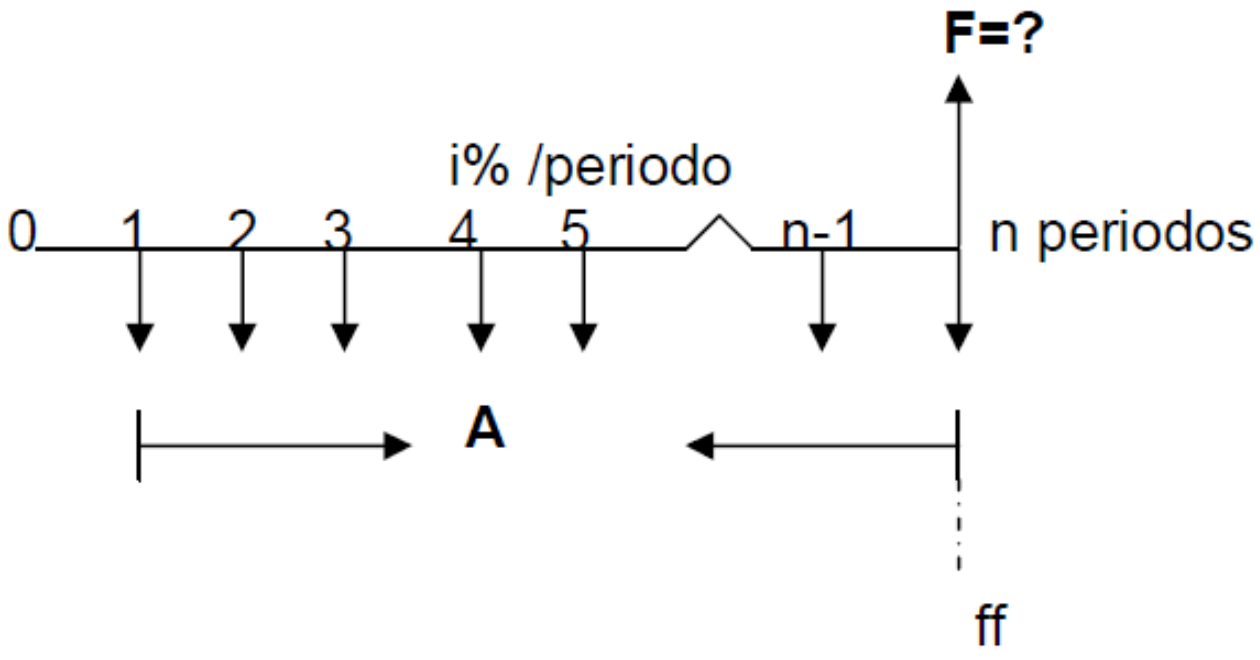




FORMULAS ANUALIDADES VENCIDAS U ORDINARIAS	
$VF = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$	$A = \left[\frac{VF * i}{(1+i)^n - 1}\right]$
$VP = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$	$A = \left[\frac{VP * i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$

VALOR FUTURO DE UNA ANUALIDAD VENCIDA

Es la cantidad o valor ubicado en el último flujo de caja, equivalente a todos los flujos de caja constantes y periódicos de la serie. Matemáticamente, es el valor final que se obtiene al sumar todos los valores llevados al futuro.



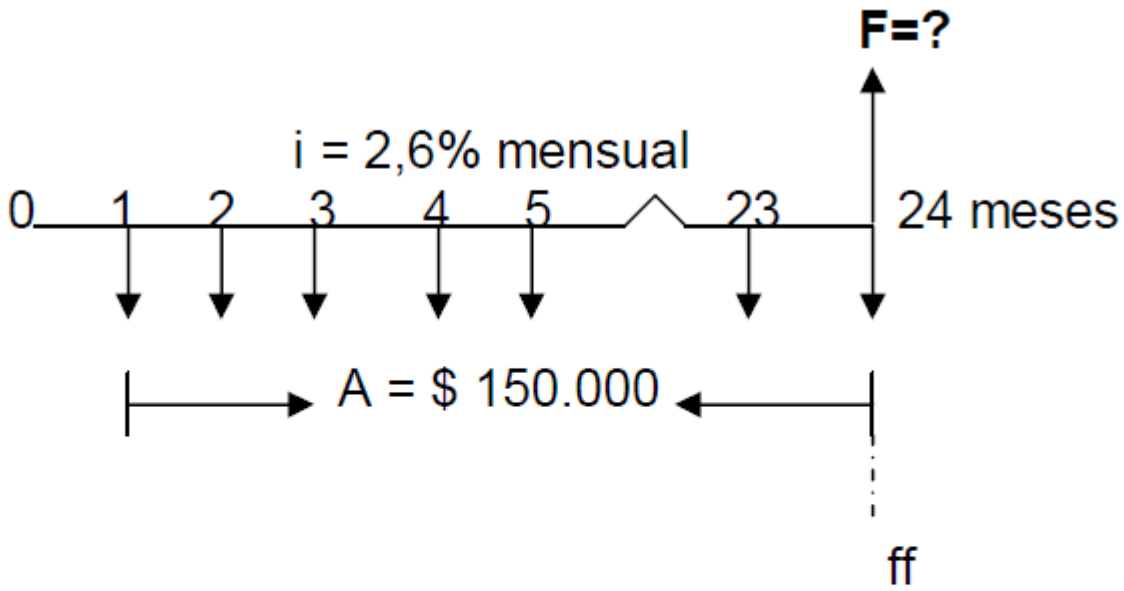
De la gráfica anterior se tiene la ecuación

$$VF = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Ejemplo 5.8

Se hacen depósitos mensuales de $ 150.000 en una institución financiera que paga el un interés del 2,6% mensual. ¿Qué suma se tendrá acumulada al final de dos años?

Solución:

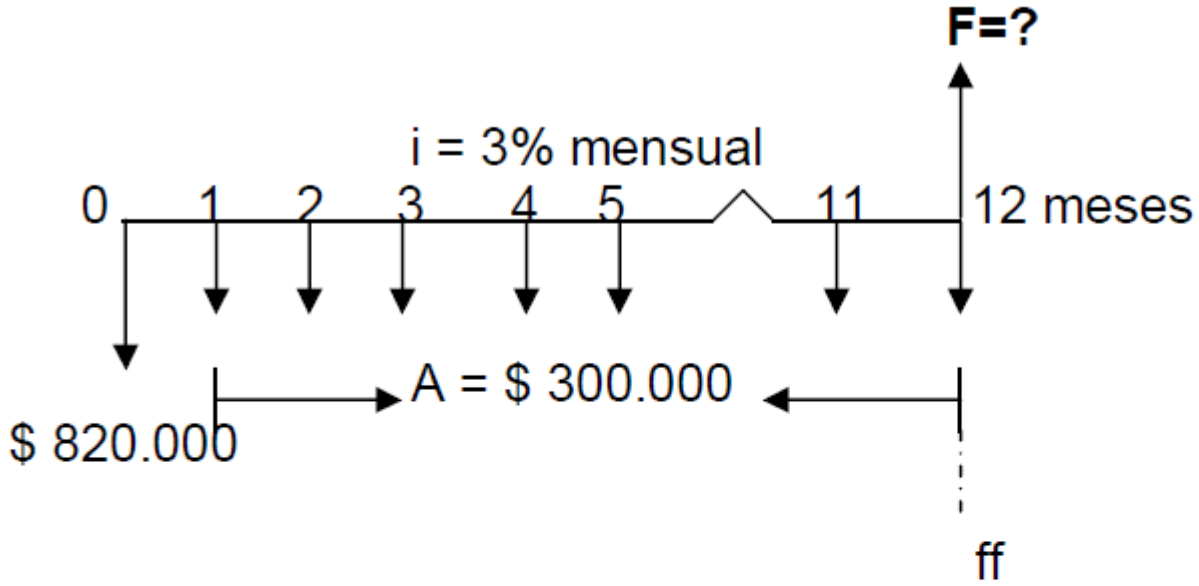


Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 24)

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 150.000\left[\frac{(1+0{,}026)^{24} - 1}{0{,}026}\right] = \$4.912.818{,}33$$

Ejemplo 5.9 Una persona deposita hoy en una institución financiera la suma de $ 820.000 que le paga una tasa de interés del 3% mensual. Calcular el valor acumulado al final de año, si cada mes deposita $ 300.000?

Solución:



Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 12)

$$F = P(1+i)^n + A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 820.000(1+0{,}03)^{12} + 300.000\left[\frac{(1+0{,}03)^{12} - 1}{0{,}03}\right]$$

$$F = \$\ 5.426.732.80$$

5.8 CALCULO DE LA ANUALIDAD EN FUNCION DEL VALOR FUTURO

Se demostró que: $F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$; por lo tanto despejando el valor de **A**, se obtendría:

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \quad \textbf{(5.4)}$$

La anterior fórmula permite encontrar el valor de la anualidad o de la cuota, conocidos el valor futuro (**F**), la tasa de interés (**i**) y el número de pagos (**n**). El valor entre llaves se denomina **factor fondo de amortización.**

Usando la forma nemotécnica, la fórmula se puede expresar de la siguiente manera: $A = F(A/F, i, n)$

La expresión se lee: Hallar **A** dados **F, i, n**

Ejemplo 5.11

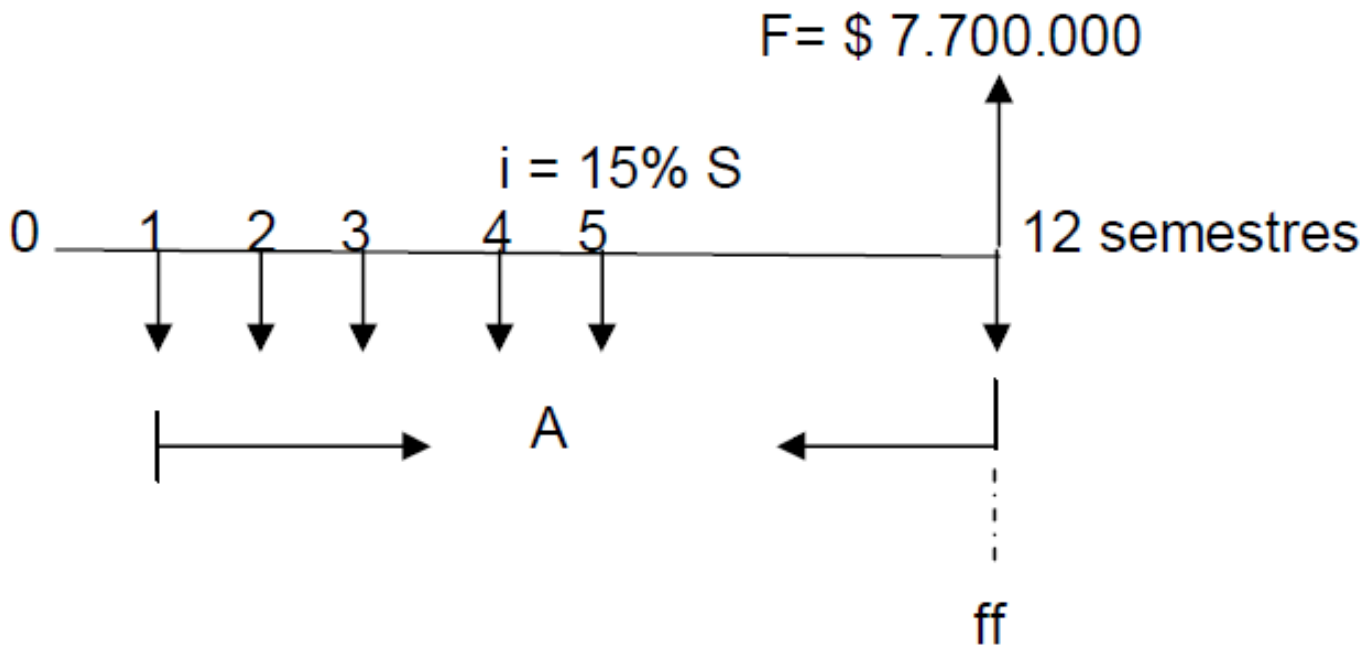
Una empresa necesitará reponer una máquina dentro de 6 años, la cual, en ese momento tendrá un valor de mercado de $ 1.800.000. De acuerdo a estudios de mercado realizados, se espera que la máquina cueste alrededor de $ 9,500.000 y se decide hacer un fondo para cubrir el costo. Si se puede obtener una tasa de interés del 30% ACS, ¿Cuánto se tiene que depositar cada semestre para tener el dinero para reponer la máquina al final de su vida útil?

Solución:

El monto al final del año 6 será igual a la diferencia entre el costo de la maquina y su valor de diseño

$$F = 9.500.000 - 1.800.000 = \$7.700.000$$

$$i = \frac{r}{m} = \frac{0,30}{2} = 0,15 \text{ Semestral}$$



Σ Arriba = Σ Abajo (en la ff → 12)

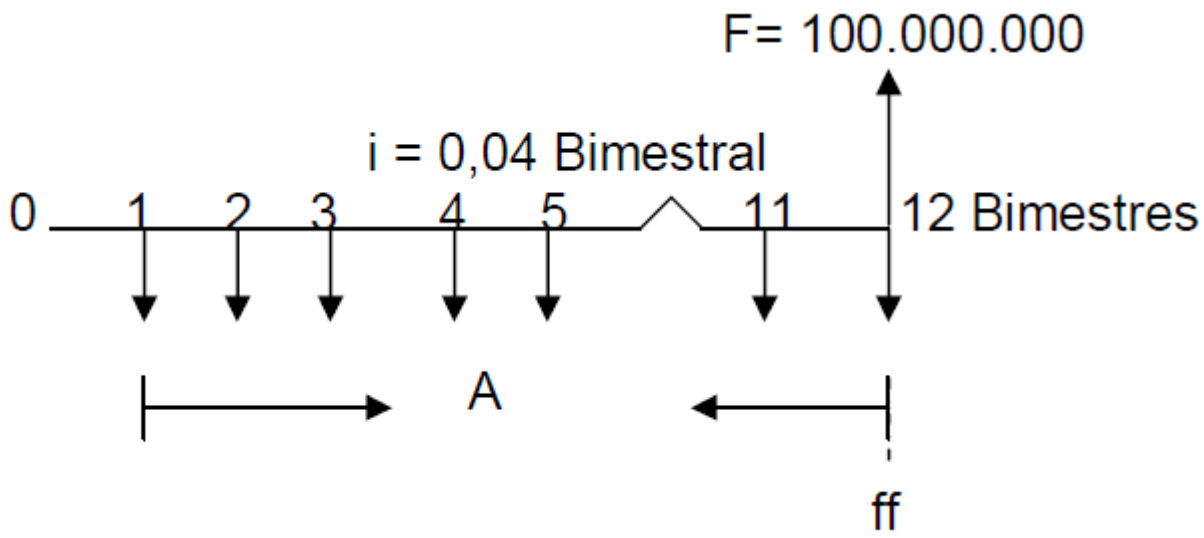
$$7.700.000 = A\left[\frac{(1+0,15)^{12}-1}{0,15}\right]$$; Donde $7.700.000 = 29,001A$; por consiguiente;

$$A = \frac{7.700.000}{29,001} = \$\ 265.501,98$$

Ejemplo 5.12

El gerente de un hospital desea invertir en una institución financiera para comprar un equipo de Rx en un término de dos años. Para esto debe destinar cierta cantidad cada bimestre hasta completar la cantidad $ 100.000.000. Si la institución financiera reconoce un 24% ACBimestralmente, determínese el valor del depósito bimestral.

Solución:



Se encuentra la tasa bimestral mediante la siguiente expresión:

$$i=\frac{r}{m}=\frac{0,24}{6}=0,04\,\text{Bimestral}$$

Σ Arriba = Σ Abajo (en la ff $\rightarrow$12)

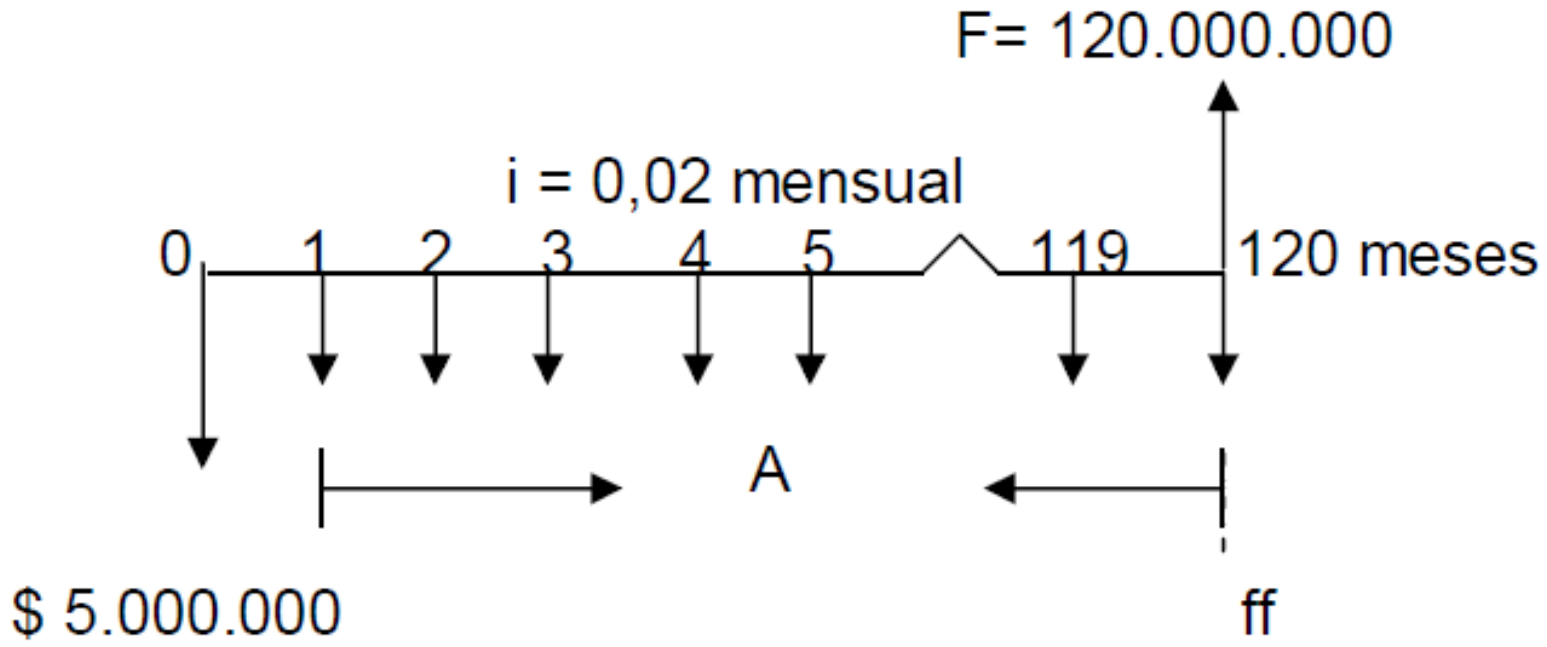
$$100.000.000=A\left[\frac{(1+0,04)^{12}-1}{0,04}\right]$$; Donde $100.000.000=15,026A$; por consiguiente

$$A=\frac{100.000.000}{15,026}=\$6.655.217,27$$

Ejemplo 5.13

Una persona desea adquirir un apartamento que dentro de 10 años costará la suma de $ 120.000.000. Por tal motivo hoy cancela una cuota inicial de $ 5.000.000 y cada mes cancela cuotas mensuales iguales. La tasa de intereses que se le cobra es del 24% ACM. ¿Cuál es el cuota mensual requerida?.

Solución:



$$i = \frac{r}{m} = \frac{0,24}{12} = 0,02 \text{ mensual}$$

Σ Arriba = Σ Abajo (en la ff $\rightarrow$120)

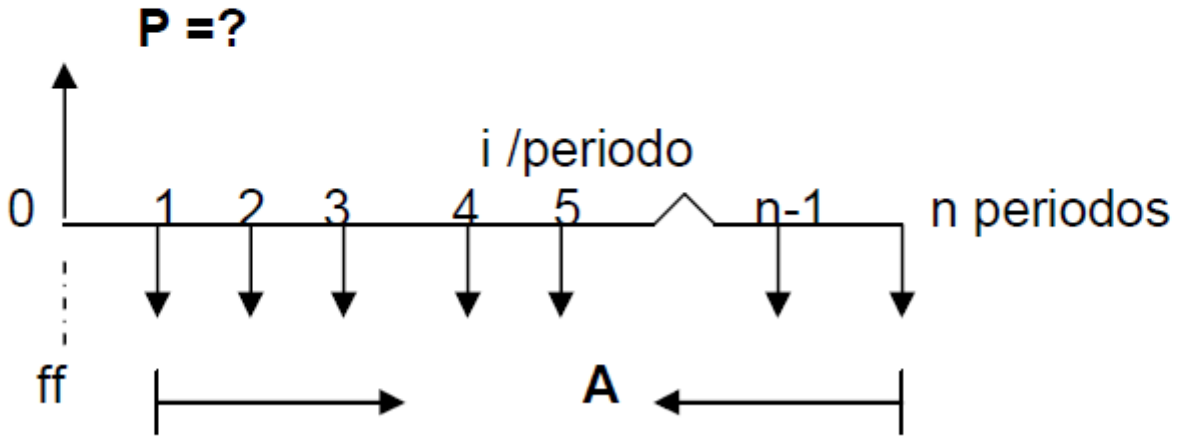
$$120.000.000 = 5.000.000(1+0,02)^{120} + A\left[\frac{(1+0,02)^{120}-1}{0,02}\right]$$; donde:

$66.174.184,82 = 488,26A$; Por consiguiente $A = \frac{66.174.184,82}{488,26} = 135.531,14$

VALOR PRESENTE DE UNA ANUALIDAD VENCIDA

Es una cantidad o valor, localizado un periodo antes a la fecha del primer pago, equivalente a una serie de flujos de caja iguales y periódicos. Matemáticamente, se puede expresar como la suma de los valores presentes de todos los flujos que compone la serie.

Si se considera que una deuda (**P**) se va a cancelar mediante **n** pagos iguales de valor **A**, a una tasa de interés se tiene:



Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 0)

De la gráfica anterior se tiene la ecuación

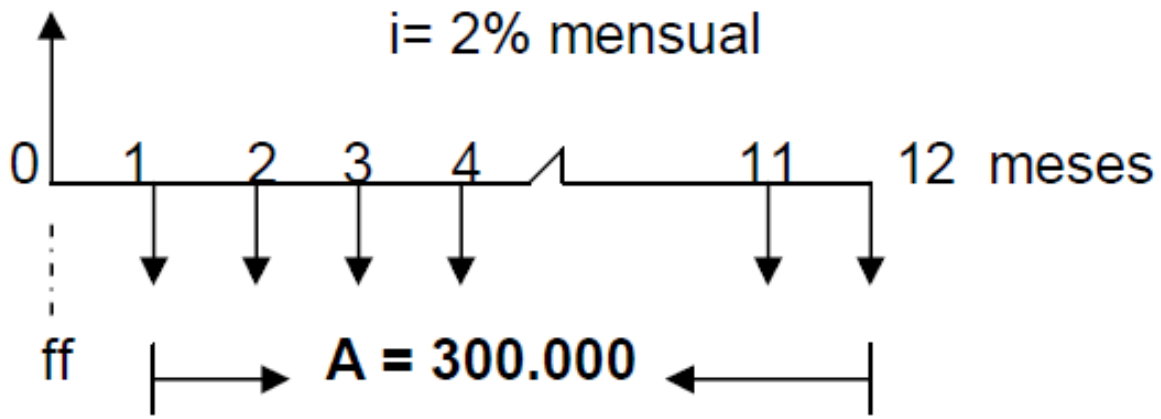
$$VP = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Ejemplo 5.1

Una persona adquiere a crédito un electrodoméstico que cancelará en 12 pagos mensuales iguales de $ 300.000, a una tasa de 2% mensual. Encontrar el valor de contado del electrodoméstico.

Solución: El diagrama económico de la operación financiera será:

P = Vr de Contado



Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 0)

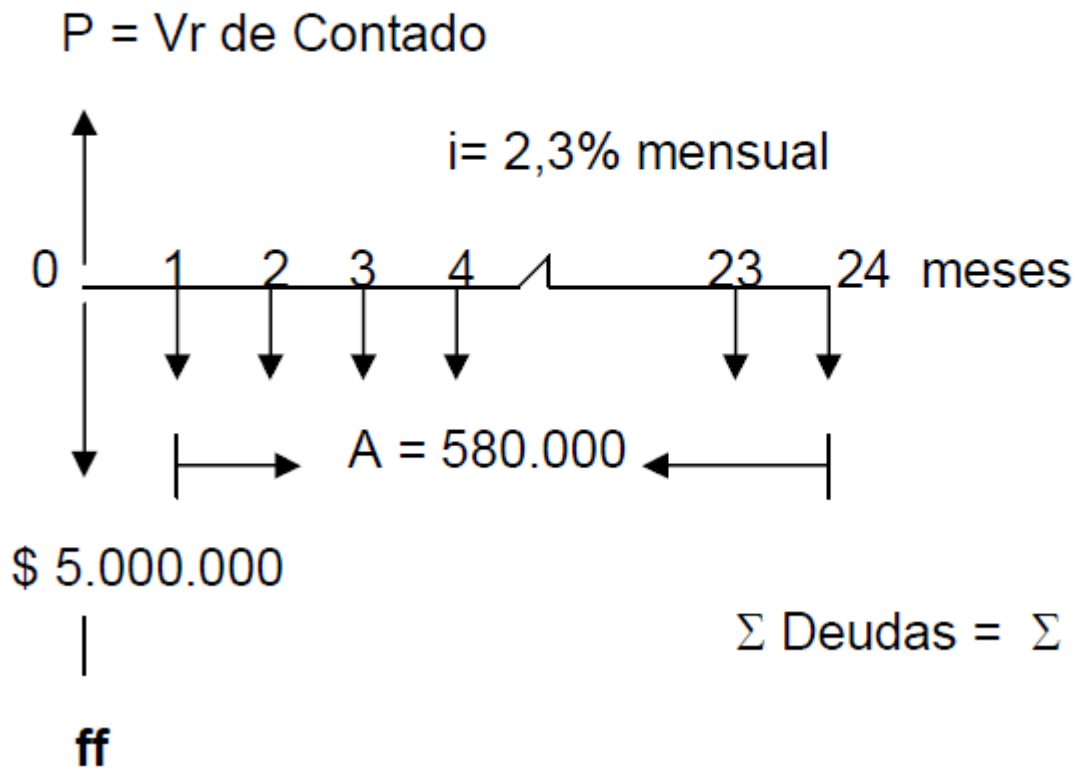
$$P = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = 300.000\left[\frac{1-(1+0{,}02)^{-12}}{0{,}02}\right] = \$\ 3.172.602{,}37$$

$P = \$\ 3.172.602{,}37$ Sería el valor de contado del electrodoméstico

Ejemplo 5.2

Una persona adquiere un vehículo a crédito con una cuota inicial de $ 5.000.000 y 24 cuotas mensuales iguales de $ 580.000. El concesionario le cobra un 2,3% mensual sobre saldo. Encontrar el valor del vehículo.

Solución: El diagrama económico de la operación financiera será:



Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 0)

$$P = 5.000.000 + 580.000\left[\frac{1-(1+0,023)^{-24}}{0,023}\right] = \$\,15.606.222,82$$

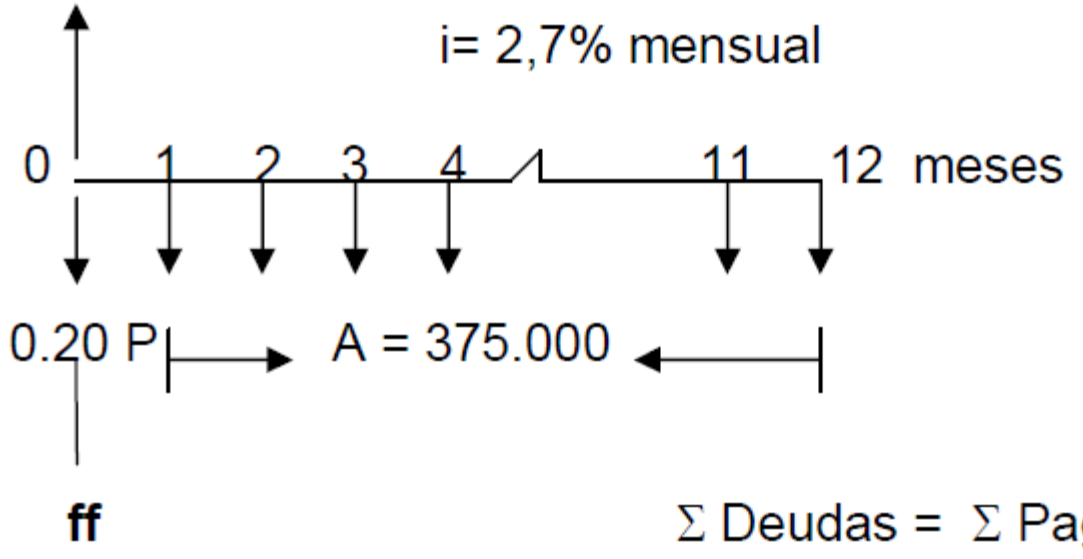
$P = \$\ 15.606.222,82$; Sería el valor de contado del vehículo

Ejemplo 5.3

Un equipo de oficina se adquiere con una cuota inicial del 20% del valor de contado y 12 cuotas mensuales de $ 375.000, si la tasa de interés es del 2,7% mensual. Determinar el valor de contado del equipo de oficina.

Solución: El diagrama económico de la operación financiera será:

P = Vr de Contado



Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 0)

$$P = 0{,}2P + 375.000\left[\frac{1-(1+0{,}027)^{-12}}{0{,}027}\right] \;;\; 0.8P = 3.800.491{,}52 \;;\; \text{Donde}$$

$$P = \frac{3.800.491{,}52}{0.8} = 4.750.614{,}39$$ Valor de contado del equipo de oficina

5.6 CALCULO DE LA ANUALIDAD EN FUNCION DEL VALOR PRESENTE.

Se demostró que: $P = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$; por lo tanto despejando el valor de **A**, se obtendría:

$$A = P\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] \quad \textbf{(5.2)}$$

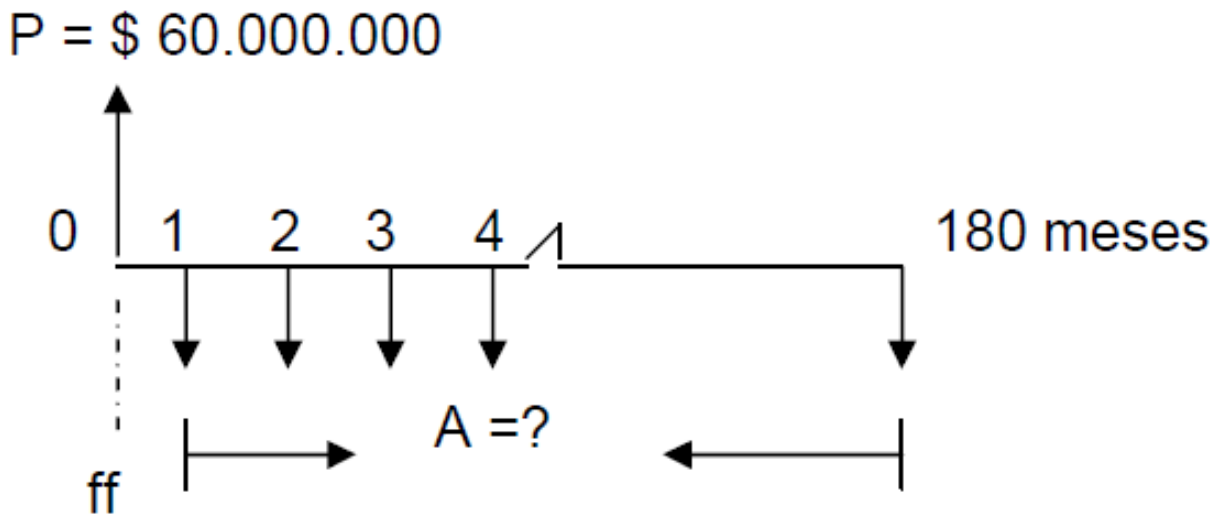
La anterior fórmula permite encontrar el valor de la anualidad o de la cuota, conocidos el valor presente (**P**), la tasa de interés (**i**) y el número de pagos (**n**). El valor entre llaves se denomina **factor de recuperación de capital**.

Usando la forma nemotécnica, la fórmula se puede expresar de la siguiente manera: $A = P(A/P,i,n)$; La expresión se lee: Hallar A dados P, i, n

Ejemplo 5.4

Un apartamento se adquiere a crédito por la suma de $ 60.000.000 en cuota mensuales iguales, la obligación se pacta a 15 años a una tasa de interés del 3% mensual. Determinar el valor de las cuotas.

Solución: El diagrama económico de la operación financiera será:



Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 0)

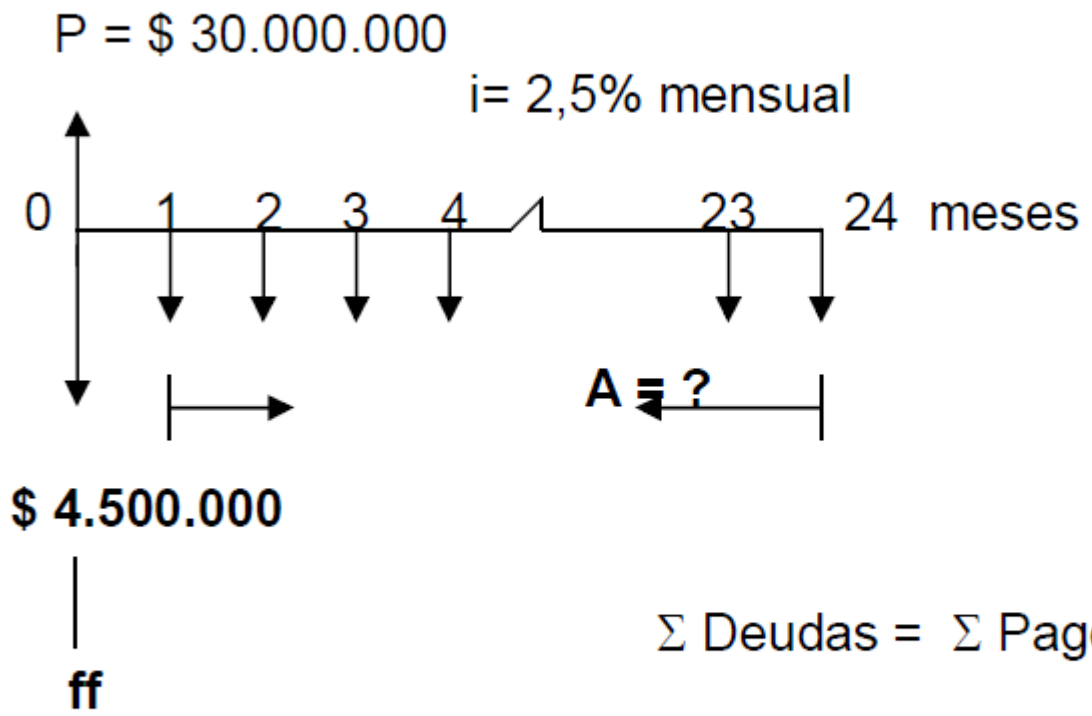
$$A = P\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] = 60.000.000\left[\frac{0.03}{1-(1+0.03)^{-180}}\right] = \$1.808.845,062$$

$A = \$1.808.845,062$; Seria el valor de las cuotas

Ejemplo 5.5

Un empresa desea construir una fábrica, por lo cual adquiere un terreno por la suma de $ 30.000.000 dando una cuota inicial del 15% y 24 cuota mensuales con una tasa de interés del 2.5%. Calcular el valor de las cuotas.

Solución: El diagrama económico de la operación financiera será:



Σ Deudas = Σ Pagos (en la ff → 0)

$$30.000.000 = 4.500.000 + A\left[\frac{1-(1+0{,}025)^{-24}}{0{,}025}\right]$$; por consiguiente:

$$25.500.000 = 17{,}885\,A$$; Donde: $$A = \frac{25.500.000}{17{,}885} = 1.425.776{,}92$$

Bibliografía

RAMÍREZ MOLINARES, C., GARCIA BARBOSA, M., PANTOJA ALGARIN, C., ZAMBRANO MESA, A. Fundamentos de Matemáticas Financieras. Universidad Libre de Cartagena, Colombia. 2009. Recuperado de https://www.uv.mx/personal/cbustamante/files/2011/06/MATEMATICAS_FINANCIERAS.pdf